

W.H.M. LIESKER - P.J. SIJPESTEIJN

BRUCHSTÜCKE ANTIKER GEOMETRIE

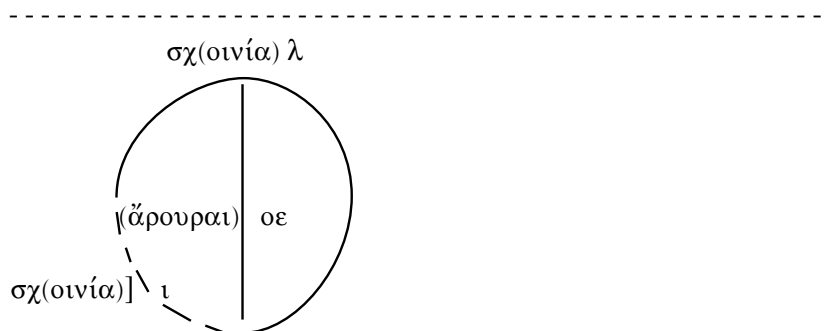
aus: Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik 113 (1996) 183–186

© Dr. Rudolf Habelt GmbH, Bonn

BRUCHSTÜCKE ANTIKER GEOMETRIE

Auf Tafel 80 in *MPER NS XV* (Wien 1985) sind die Texte Nr. 172 = *SB XIV* 11878, 173 = *SB XIV* 11878, 174 = *SB XIV* 11879¹ zusammen abgebildet. Diesen Texten ist nicht nur gemeinsam, daß sie sehr fragmentarisch sind und deshalb nur sehr schwer zu deuten sind, sondern sie gehören alle zu ein und derselben Rolle². H. Harrauer, dem wir dafür danken, daß er uns die Veröffentlichung der nachstehenden Texte genehmigt hat, hat unter den Kleinfragmenten der reichen Wiener Papyrussammlung zwei weitere Fragmente derselben Rolle entdeckt : *P. Vindob. G. Inv. Nr. 59.529*³ und *Inv. Nr. 59.530*⁴. Es hat sich herausgestellt, daß *Inv. Nr. 59.529* nahtlos mit *P. Vindob. G. Inv. Nr. 353 b + c = MPER NS XV Nr. 173*⁵ zusammengefügt werden kann. Wir stellen jetzt folgenden Text her :

Tafel VIII



- [ἀπό]δειξι[ις πόσα σχ(οινία)· λαβὲ] τὸ τρίτον τῆς περιμέτρου ἐστὶν ἡ [δ]ιὰ παντός, [(γίνεται) τὰ προκείμενα] ἰ. τ]οσοῦτων σχ[οινίω]ν ἢ [δ]ιὰ-
 4 ἀμετρ]ος ἐστὶ. [ἀπό]δειξις πόσα ἀρούρα· ποίει τὰ λ τῆς
 περιμέτρου [ἐπὶ τὰ λ· (γίνεται) Ἄν. το]ύτων τὸ ἰδὲ διὰ παντός,
 (ἄρουρα) οε. τοσοῦτ]ων (ἀρουρῶν) ἐστὶ τὸ ἔμβαδ]ον. τοη. ὁ κύκλος ἀπε-
 δίχθη.
 1 [ἀπό]δειξι[ις] 5-6 ἀπεδείχθη

Übersetzung :

Beweis bezüglich der Anzahl der Schoinia. Nimm das Drittel des Umfanges im allgemeinen. Das macht die obenstehenden 10. Soviele Schoinia hat der Durchmesser. Beweis bezüglich der Anzahl der

¹ Ursprünglich wurden die Texte Nr. 172, 173, 174 (und 175) von E.M. Bruins - P.J. Sijpesteijn - K.A. Worp, "Fragments of Mathematics on Papyrus", *CdE* 52, 1977, 105-111 veröffentlicht. D. Hagedorn hat (*ZPE* 34, 1979, 112) unseres Erachtens die richtige Lösung für Text Nr. 172 gebracht. In *SB XIV* 11878 muß links neben der Zeichnung σχ(οινία)] ιβ gelesen werden.

² Das geht aus den Formen der Buchstaben und aus den gleichartigen Symbolen hervor, die auf sämtlichen Fragmenten begegnen. Zu dieser Rolle gehört auch noch *MPER NS XV* Text Nr. 177. Auf Grund der Handschrift datieren wir diese Rolle in das II./III. nachchristliche Jahrhundert.

³ 2,9 x 3,6 cm. Der Papyrus ist an allen Seiten unregelmäßig abgebrochen. Die andere Seite ist leer. Der Text läuft parallel zu den Fasern.

⁴ 3,5 x 2,2 cm. Der Papyrus ist an allen Seiten unregelmäßig abgebrochen. Die andere Seite ist leer. Der Text läuft parallel zu den Fasern.

⁵ Das rechte Fragment dieses Textes, der aus zwei Fragmenten besteht, mißt jetzt 6,5 x 7,2 cm. Das kleine Fragment mißt 3,2 x 3,2 cm.

Aruren. Multipliziere die 30 des Umfanges mit 35, macht 1050. Nimm davon im allgemeinen 1/14, (das macht) 75 Aruren. Soviele Aruren hat die Fläche. 378. Der Kreis ist bestimmt.

Manchmal wird in mathematischen Texten, nachdem die gestellte Aufgabe durchgerechnet ist, auch noch eine ἀπόδειξις = Beweis/Verifizierung der Richtigkeit der gegebenen Lösung angehängt (vgl. z.B. *P. Mich.* III 144, i, 4; ii, 3; 145, III, ii, 6; vi, 7, 11; *SB* III 6951 Verso [in der Ausgabe von J.C. Shelton in *ZPE* 42, 1981, 91ff.], 9, 14)⁶. Unseres Erachtens handelt es sich beim vorliegenden Text um den Beweis eines oberhalb der Zeichnung⁷ verlorengegangenen, zusammengesetzten Problems⁸. Erst mußte der Schüler berechnen, wie groß der Umfang eines Kreises war, wenn der gegebene Durchschnitt dieses Kreises 10 Schoinia war. Wenn er herausgefunden hatte, daß der Umfang dann 30 Schoinia betrug, mußte er die Fläche des Kreises (= 75 Aruren) berechnen. Es gibt in der antiken Mathematik mehrere Methoden, um die Fläche eines Kreises zu berechnen, wenn der Umfang gegeben ist⁹. In unserem Fall hat der Mathematiker (der Lehrer) eine ungebräuchliche Methode verwendet. Wir verweisen für die von ihm angewandte Methode auf die in der Erst-Veröffentlichung (vgl. Fußnote 1) gegebene Erklärung. Nimmt man aber mit D. Hagedorn an, daß in Z.41δ ein Schreibfehler für ιβ ist (und διὰ παντός am Ende dieser Zeile spricht für eine solche Annahme), dann müßte man in derselbe Zeile [ἐπὶ ἑαυτὰ / ἐφ' ἑαυτὰ, (γίνεται) ᾤ) statt [ἐπὶ τὰ λε, (γίνεται) Ἄν] ergänzen. Dann enthielte auch dieser Text die übliche Formel für solche Berechnungen. Die von uns rekonstruierte Berechnung stimmt ja *nur* beim Umfang 30! Nachdem die ἀποδείξις zu Ende geführt waren, bevor die abschließende Bemerkung „Der Kreis ist bestimmt“ niedergeschrieben wurde, schrieb der Schreiber auch noch die Zahl (als solche charakterisiert durch einen darübergesetzten Strich) τση = 378. Wir wissen nicht recht, was wir mit dieser Zahl anfangen sollen¹⁰. Zögernd schlagen wir vor, daß es sich um die Nummer der hier vorgelegten Aufgabe in einer größeren Sammlung von Aufgaben handelt.

Anmerkungen:

- 1) [ἀπό]διξις[ις πόσα χχ(οινία)·]: vgl. Z. 3 : [ἀπόδειξις πόσ]αc ἀρούραc. Weil zwei ἀποδείξις gegeben werden mußten, mußte der Mathematiker (der Lehrer) angeben, um welche ἀπόδειξις es sich handelte. Er fügte deshalb jedes Mal einen *accusativus relationis*, der angibt, um welche ἀπόδειξις es sich handelt, hinzu.
- 2-3) Zur Auslassung des ρ nach einer Dentalis vgl. F.Th. Gignac, *A Grammar* I, Milano 1976, 107f.
- 3) Der Papyrus hat eindeutig ποιει, nicht ποει, wie bisher angenommen.
- 5) Für das Symbol ·/, das in Text Nr. 177, 12 in *MPER NS XV* wiederkehrt, verweisen wir auf die Anmerkung z. Z. in *MPER NS XV* 173.

Der zweite Text läßt sich nur schwer deuten, weil nur die Zeichnung (teilweise) und einige Angaben erhaltengeblieben sind. Es handelt sich eindeutig um die Berechnung der Fläche eines gleichschenkeligen Dreieckes, die, wie rechts neben der Zeichnung steht, (ἄρουρα) μη beträgt. In der rechten Hälfte des Dreieckes steht die Angabe (ἄρουρα) κδ, *i. e.* die Hälfte der gesamten Fläche des Dreiecks. Außerdem wird noch angegeben, daß die Senkrechte des Dreieckes χχ(οινία)] η lang ist. Wir wissen

⁶ Vergleichbar sind die Verifizierungen in Bruchzahlentabellen (vgl. zuletzt D.H. Fowler, *ZPE* 105, 1995, 225ff.; dies ist eine Ergänzung der in *The Mathematics of Plato's Academy, A New Reconstruction*, Oxford 1987, 271ff. = *ZPE* 75, 1988, 273ff. [vgl. auch *ZPE* 53, 1983, 263f.] veröffentlichten Liste). Vgl. z. B. die Texte Nr. 4, 5, 16, 17, 78 in R. Pintaudi - P.J. Sijpesteijn, *Tavolette lignee e cerate da varie collezioni*, Papyrologica Florentina XVIII, Firenze 1989.

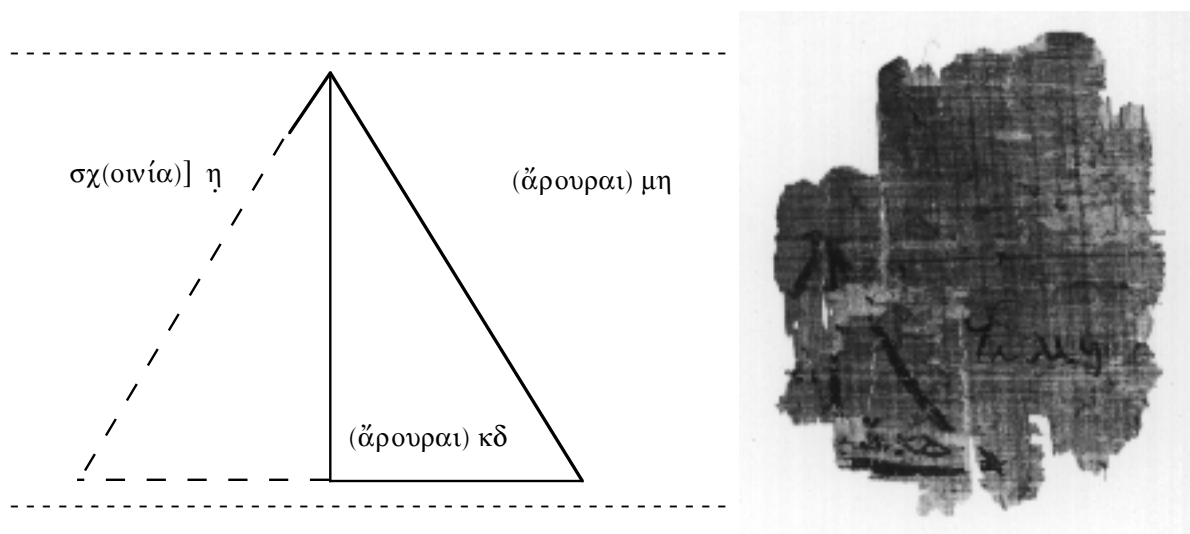
⁷ Wenn Aufgaben Zeichnungen beigegeben sind, stehen diese Zeichnungen oft unter der Aufgabe (vgl. z. B. *MPER NS XV* Text Nr. 178; *PSI* III 186; *SB* XIV 11973). Die Zeichnungen können aber auch mitten im Text stehen (vgl. z. B. Plates I - IV in E.M. Bruins, *Heronis Alexandrini Metrica*, Leiden 1964).

⁸ Daß zwei oder mehr Berechnungen durchgeführt werden müssen, um zur Lösung eines gestellten Problems zu geraten, zeigt der große mathematische Wiener Papyrus, veröffentlicht in *MPER NS I* (Wien 1932) 1.

⁹ Vgl. für eine andere, die übliche Methode z. B. Problem II im Text Nr. 178 in *MPER NS XV*.

¹⁰ Die in der Erst-Veröffentlichung gegebene Erklärung dieser Zahl ist reine Phantasie und sicherlich nicht richtig!

nicht, ob unten und/oder links weitere Angaben fehlen. Oberhalb der Zeichnung dürfte die Aufgabe und die Durchrechnung gestanden haben; darunter die ἀπόδειξις.



Addendum

Wir geben hier eine Übersicht über mathematische Texte, die seit dem Erscheinen von R.A. Pack, *The Greek and Latin Literary Texts from Greco-Roman Egypt*², Ann Arbor 1965, veröffentlicht, aber nicht von D.H. Fowler (vgl. Fußnote 6) verzeichnet wurden. Wir danken Prof. Dr. P. Mertens (Lüttich), der uns eine Liste der von ihm für Pack³ gesammelten mathematischen Texte zur Verfügung gestellt hat.

- P. Berol.* Inv. Nr. 21188 Verso (erwähnt von H. Maehler, *Proceedings of the XIX International Congress of Papyrology I*, Cairo 1992, 625) - Geometrie;
O. Bodl. II 2331 (ed. Cl. Gallazzi, *ZPE* 75, 1988, 150ff.) - Zahlübungen;
P. Gand Inv. Nr. 1 Verso (ed. M. Hombert, *RBPB* 4, 1925, 634ff.) - Berechnung einer Fläche;
P. Gen. Inv. Nr. 259 (= *SB XIV* 11973) - Geometrie;
P. Laur. IV 150 - Zahlübungen;
T. Louvre MND 551a + c (ed. P. Caudelier, *Miscellanea Papyrologica II*, Papyrologica Florentina XIX, Firenze 1990, 131f.) - Multiplikationen;
*T. Louvre MNE*¹¹ 913 (ed. P. Caudelier, *Tavolette lignee e cerate da varie collezioni*, Papyrologica Florentina XVIII, Firenze 1989, Nr. 43-50 [vgl. Fowler. Nr. 78-79]. Nr. 45 und 47 [vgl. Fowler Nr. 78]) - Rechenaufgaben mit Bruchzahlberechnungen;
O. Mich. IV 1140 (ed. H.C. Youtie, *ZPE* 18, 1975, 281) - ? (eine Schulübung);
*MPER NS XV*¹² 143-149 - Zahlübungen;
 " 155 - Multiplikationen;
 " 70 - Divisionen;
 " 171-171a - Rechenaufgaben mit Bruchzahlberechnungen;
 " 172-178 - Geometrie (**N.B.** : Kolumne VI von Nr. 178 enthält Konversionsprobleme);
 " 179 - Berechnung einer Statue;

¹¹ Vgl. Fowler Nr. 75 - 77, 80. Fowler Nr. 87: lies **XV{C}III**.

¹² Vgl. Fowler Nr. 25 - 38, 53, 56 - 60, 68.

T. Moen Inv. Nr. 601 (ed. P.J. Sijpesteijn, *Studia Papyrologica* XXI, 1982, 1ff.) - Multiplikationen;

P. Oxy. VIII 1090 (= Pack² 489) Verso - ?;

" XXXI 2550 - Divisionen;

T. Pierpont Morgan Library inv. no. 1032 (ed. R.S. Bagnall, *Tavolette lignee e cerate da varie collezioni*, Papyrologica Florentina XVIII, Firenze 1989, Nr. 71-78 [Nr. 78 = Fowler Nr. 81]. Nr. 71-77) - Geometrie;

P. Princ. GD 9556 (ed. P.J. Sijpesteijn, *ZPE* 81, 1992, 246) - Bruchzahlentabelle (1/7);

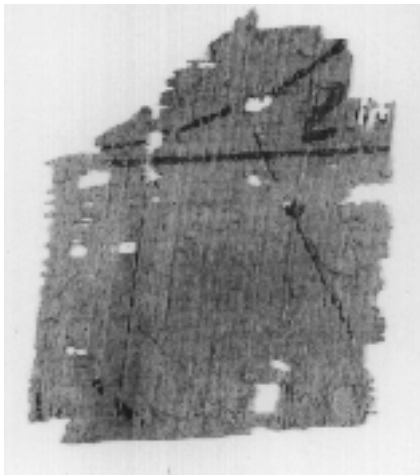
T. Vat. gr.¹³ 61 B, 62 A+B, 63 (edd. R. Pintaudi - P.J. Sijpesteijn, *Tavolette lignee e cerate da varie collezioni*, Papyrologica Florentina XVIII, Firenze 1989, Nr. 18 - 21) - Berechnungen von Flächen und Geometrie;

T. Würzb. K 1015 (ed. W.M. Brashear, *Enchoria* 14, 1986, 1f.) - Bruchzahlentabellen (1/7 und 1/8)¹⁴.

P.Vindob. G 60.157 und 60.156

Zusätzlich zu den oben veröffentlichten Texten erwähnen wir noch zwei weitere Fragmente, die beide einen Teil einer mathematischen Darstellung erhalten haben.

Das erste Fragment (P.Vindob. G 60.157, 3 x 4 cm) bewahrt den linken Teil eines (gleichschenkeligen?) Dreiecks. Innerhalb des Dreiecks erkennt man ein Arurenzeichen, dahinter die Spuren einer Ziffer. Von links oben nach rechts unten verläuft ein Schrägstrich, dessen Bedeutung unklar ist.



P.Vindob. G 60.157



P.Vindob. G 60.158

Das zweite Fragment (P.Vindob. G 60.158, 3 x 3,5 cm,) zeigt den linken Teil eines Halbkreises. Innerhalb der Figur steht ein Arurenzeichen, das der Handschrift nach zu urteilen von derselben Rolle stammt wie MPER NS XV 72-77; das Fragment läßt sich jedoch mit keinem der aus dieser Rolle bekannten Fragmente zusammensetzen. Unterhalb der Figur sieht man einen kurzen senkrechten Strich. Möglicherweise handelt es sich um ein Iota; der Durchmesser des Kreises betrüge dann 10 Schoinia, ein Maß, das bei derartigen Aufgaben öfter verwendet wird (vgl MPER NS XV 178, Aufgaben III & V). Es ist aber nicht auszuschließen, daß dieser Strich noch zur Zeichnung gehört (vgl. die Figuren in MPER NS XV 178, Aufgaben IV & V). Der Strich links unten im Halbkreis läßt sich dann nicht erklären.

Amsterdam

W.H.M. Liesker - P.J. Sijpesteijn

¹³ Vgl. Fowler Nr. 71 - 73.

¹⁴ Vgl. auch P. Lond. III 1077 descr. (edd. K. Maresch - P.J. Sijpesteijn, *ZPE* 99, 1993, 57ff.) : Metrologische Tabellen.

TAFEL VIII



P. Vindob. G. Inv. Nr. 353 b+c + 59.530