Die Strukturierung des Tonraums. Versuche einer Systematisierung von Zwölftonreihen in den 1920er bis 1970er Jahren

Manuel Gervink

In seinem erstmals 1935 in der University of Southern California gehaltenen Vortrag Composition With Twelve Notes, der unter dem Titel Komposition mit zwölf Tönen in seinen gesammelten Schriften erschienen ist, schreibt Arnold Schönberg, nachdem er den Weg zur Zwölftontechnik und deren grundlegende Regularien erläutert hat:

> *"Die unbegrenzte Fülle von Möglichkeiten verhindert die systematische Darstellung von Beispielen; daher muß hier willkürlich verfahren werden." (SCHÖNBERG 1976, S. 82)*

Schönberg hat sich um eine Reihensystematik nie gekümmert. Vielleicht gerade, weil diese Arbeit bereits von seinem Konkurrenten Josef Matthias Hauer geleistet worden war, sicherlich aber, weil sein künstlerisches Verständnis solchen Systematisierungsversuchen zuwiderlief. In seinem berühmten Brief an seinen Schwager und ehemaligen Schüler Rudolf Kolisch, den Primarius des Kolisch-Quartetts, der offenbar die Reihe seines dritten Streichquartetts bis auf eine Kleinigkeit korrekt ermittelt hatte, hatte Schönberg am 27. Juli 1932 geschrieben:

> *"Ich kann nicht oft genug davor warnen, diese Analysen zu überschätzen, da sie ja doch nur zu dem führen, was ich immer bekämpft habe: zur Erkenntnis, wie es gemacht ist; während ich immer erkennen geholfen habe, was ist ist! Ich habe das dem Wiesengrund [d.i. Th.W. Adorno] schon wiederholt begreiflich zu machen versucht, und auch dem Berg und dem Webern. Aber sie glauben mir das nicht. Ich kann es nicht oft genug sagen: meine Werke sind Zwölfton-**Kompositionen**, nicht **Zwölfton**-Kompositionen: hier verwechselt man mich wieder mit Hauer, dem die Komposition erst in zweiter Linie wichtig ist." (SCHÖNBERG 1958, S. 179)*

Josef Matthias Hauer (1883-1959), Schönbergs ärgster Konkurrent im Kampf um die Priorität der Zwölftontechnik, war der erste Komponist gewesen, der eine systematische Durchdringung des zwölftönigen Klangraums versucht hatte. Jeder der beiden Komponisten nahm für sich in Anspruch, als erster zur zwölftönigen Kompositionsweise gefunden zu haben. Dabei waren beide aus völlig unterschiedlichen Beweggründen zur Zwölfton technik gelangt. Schönberg, weil er für seine Werke ein einheitstiftendes Regulativ benötigte, nachdem er die funktionsgebundene, formstiftende Tonalität verlassen hatte; Hauer hat angeblich

> *"Zwölftonmelodien [...] schon von Jugend auf gesungen. [...] Erst später kamen die in meinem Inneren wohlgehegten und gepflegten Melodien endgültig zum Durchbruch, und seitdem singt "es" in mir unablässig. Es kam nur darauf an, für meine selbstverständlichen musikalischen Erlebnisse eine gute, die denkbar beste Form zu finden, damit auch andere Menschen daran teilnehmen können." (HAUER 1925, S. 10/11.)*

Wenn auch beide Komponisten mit der Zwölftontechnik vordergründig dasselbe Ziel verfolgen die Aufstellung neuer formbildender Prinzipien so sind ihre Beweggründe doch letzten Endes grundverschieden: Schönberg benötigt die Zwölftontechnik als Ersatz für die verlorengegangene Tonalität, die Zwölftonreihe ist für ihn das verborgene, beinahe okkulte grundlegende Strukturmuster, aus dem das ganze Werk gebildet und auf das es in jedem Moment seines Erklingens bzw. an jeder Stelle der Partitur rückbezogen werden kann.

Hauer hingegen beschäftigt sich mit der Reihe selbst als melodischem Phänomen. Er bezeichnet seine Zwölftonmusik als "atonal", was häufig Verwirrung gestiftet hat, da dieser Ausdruck allgemein auf die nicht mehr tonal gebundenen und noch nicht zwölftönig determinierten Werke der Wiener Schule bezogen wird, wovon wiederum Schönberg nichts wissen wollte. "Atonal" bedeutete für ihn soviel wie überhaupt nicht aus Tönen bestehend. Für Hauer hingegen war das rein atonale Melos das ständige einstimmige, unrhythmisierte Abspielen von Zwölftonreihen. Diesem "melischen Pol" setzte er den "rhythmischen Pol" der Musik entgegen, an dem die nach Hauers Sprachgebrauch rein tonale Musik beheimatet ist. Diese rein tonale Musik besteht nur aus Rhythmus, der sich auf einer Tonhöhe abspielt. (HAUER 1925, S. 7.) Der eigentliche Kompositionsprozeß findet irgendwo zwischen den beiden Polen statt:

> *"Ich gehe bei meinen Kompositionen vom atonalen, melischen Pol der Musik aus und bewege mich im Laufe der Arbeit zum tonalen, rhythmischen Pol hin." (HAUER 1925, S. 10.)*

Praktisch bedeutet dies, daß Hauer von einem "melischen Grundgedanken" ausgeht, bei dem es sich um eine Zwölftonreihe handelt. Von diesem Grundgedanken "gehen die Melodien erst aus, aber auch die Harmonien und das Polyphone." (HAUER 1925, S. 11.) Die zugrundeliegende Zwölftonreihe hat bei Hauer somit eine andere Funktion im Werk als bei Schönberg, dem die Reihe als abstraktes Ideengerüst gilt. Bei Hauer besitzt die Reihe von vornherein melodische und harmonische Qualitäten. Hauer verwendet in seinen Werken eine Vielzahl von Zwölftonreihen, und darin unterscheidet er sich am deutlichsten von Schönberg, der in der Reihe in erster Linie ein einheitstiftendes Mittel sah.

Aber auch Hauer verwendet seine Zwölftonreihen nicht wahllos, wie vielfach angenommen wurde; bei ihm wird die Vereinheitlichung jedoch nicht durch die Reihe selbst er reicht. Hauer hatte ein System entwickelt, in dem er die Zwölftonreihen in bestimmte Materialklassen einteilte, seine sogenannte "Tropenlehre".

In dieser Tropenlehre stellt er 44 unterschiedliche Intervallkonstellationen ("Tropen") auf, auf die sich sämtliche Reihen reduzieren lassen. Hauer geht dabei vom Ambitus der großen Septime aus; der tiefste Ton ist stets a', der höchste gis". In der einfachsten Form der ersten Trope entspricht die Reihe der ansteigenden chromatischen Skala. (Alle Beispiele beziehen sich auf die Tropentafel bei HAUER (1925, S. 12). Dies ist insofern wichtig, als er später die Numerierung der Tropen geringfügig veränderte (LICHTENFELD 1964, S. 80/81)).

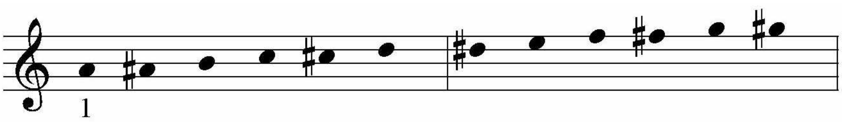

Abb. 1: Hauer, Trope 1

Bemerkenswert ist, daß Hauer die Zwölftonreihe in zwei Hexachorde einteilt. Hier durch schafft er sich die Möglichkeit, die Töne der beiden Reihenhälften (mit Ausnahme des ersten und letzten Tons) durch Permutation auszutauschen.

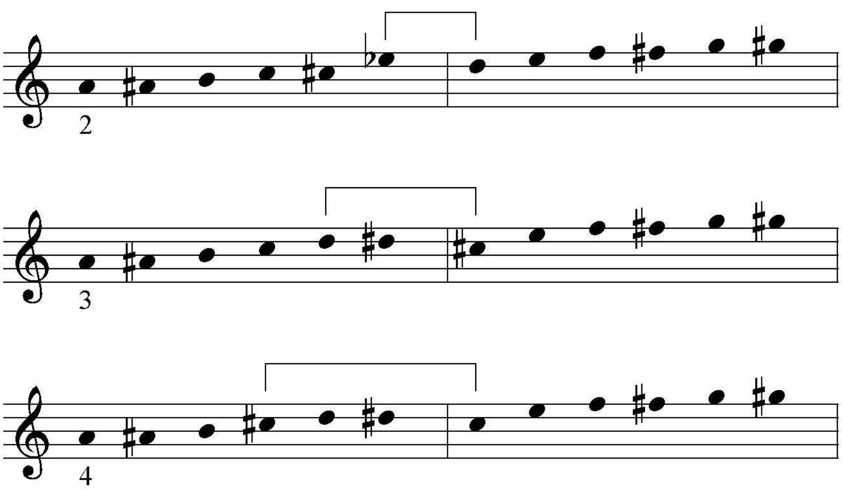

Abb. 2: Hauer, Tropen 2-4

Die Entwicklung findet in der 44. Trope ihren Abschluß, in der jedes Hexachord jeweils eine Ganztonreihe enthält, die zueinander im Halbtonabstand stehen.

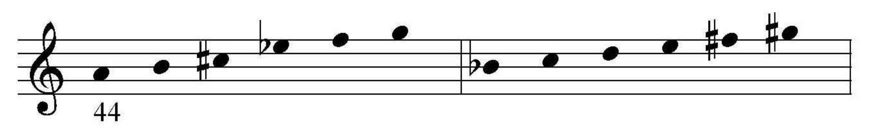

Abb. 3: Hauer, Trope 44

Die Segmentierung von Zwölftonreihen wird in der Folgezeit bei der theoretischen Reihenuntersuchung von Bedeutung sein; auch hier war Hauer der erste, wenngleich wohl ohne jeden Einfluß auf spätere Untersuchungen (PERLE 1980, S. 287).

Die Tropen bzw. die sie konstituierenden Hexachorde stellen keine Melodie- oder Akkordmodelle dar, sondern sie sind Tonkonstellationen, aus denen in beliebiger Weise Melodik und Harmonik hervorgehen können. Eine Anordnung ist in ihnen nicht festgelegt (LICHTENFELD 1964, S. 78).

Die Möglichkeit, beliebige Zwölftonreihen im Tropensystem zu verankern, soll nun anhand der Reihe des Violinkonzerts (1935) von Alban Berg demonstriert werden. Die wegen ihrer besonderen harmonischen und melodischen Qualitäten (Dur-/Molldreiklänge und viertönige Ganztonskala) beinahe schon "berühmte" Reihe lautet:

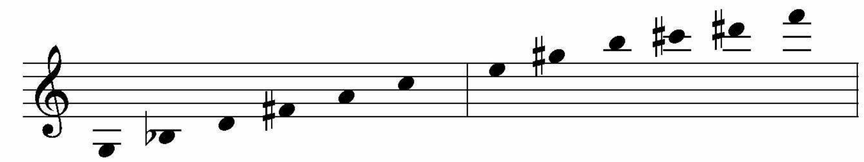

Abb. 4: Berg, Violinkonzert, Grundreihe

Bringt man den Tonvorrat durch Oktavreduktion in enge Lage und sortiert man die Töne innerhalb der beiden Hexachorde dergestalt um, daß die Töne a' den Beginn des ersten und gis'' das Ende des zweiten Hexachords ausmachen, so ergäbe sich als Tropenstruktur:

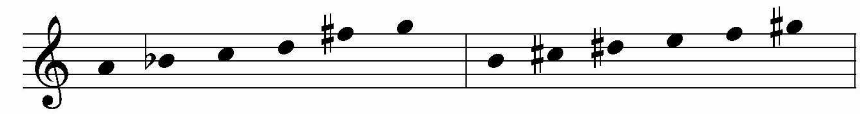

Abb. 5

Eine derartige Trope ist in Hauers Tabelle jedoch nicht zu finden. Der Grund liegt dar in, daß der Tonvorrat in den Tropen auf die engstmöglichen Intervalle reduziert wird. Es zeigt sich, daß das zweite Hexachord des Beispiels bereits in engster Lage steht, nicht aber das erste. Durch Umstellung der Töne im ersten Hexachord ergibt sich somit:

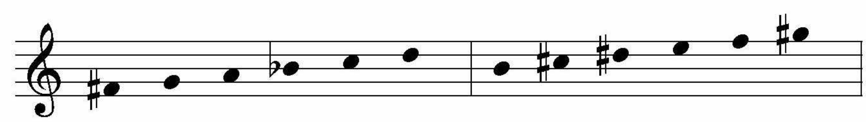

Abb. 6

Um eine Einordnung in die Hauersche Tropentafel zu ermöglichen, ist es wiederum notwendig, die Reihe eine kleine Terz aufwärts zu transponieren, damit wieder mit a' begonnen wird.

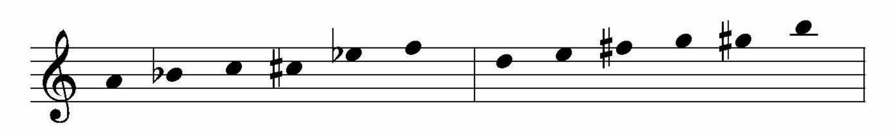

Abb. 7

Als letzter Schritt muß im zweiten Hexachord eine Umstellung erfolgen, damit gis'' zum Abschlußton wird.

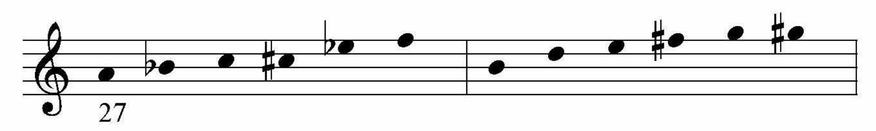

Abb. 8: Hauer, Trope 27

Die so gefundene Tonfolge ist die der 27. Trope. Aus ihr läßt sich wieder die Bergsche Grundreihe bilden, eine kleine Terz aufwärts transponiert:

Abb. 9

Die Zuordnung einer gegebenen Zwölftonreihe zu einer bestimmten Trope geschieht somit auf dem Weg der Transposition der gesamten Reihe und der Umstellung innerhalb der einzelnen Hexachorde. Letzteres ist zulässig, da es sich innerhalb der Hexachorde um einen bestimmten "Tonvorrat" handelt, dessen wesentliches Moment in den bestimmten Intervall-konstellationen der einzelnen Töne zueinander besteht. Die Reihenfolge, in der sie angeordnet werden, ist dabei unwesentlich. Hauer hat diesem Umstand durch eine spezielle Zwölfton-notation Rechnung getragen, auf deren Linien sozusagen die schwarzen Tasten des Klaviers wiedergegeben werden und die dadurch die Intervallverhältnisse besser veranschaulicht. In ihr notierte er die 44 Tropen dergestalt, daß Halbtonintervalle nebeneinander, größere Intervalle übereinander hexachordweise plaziert wurden.

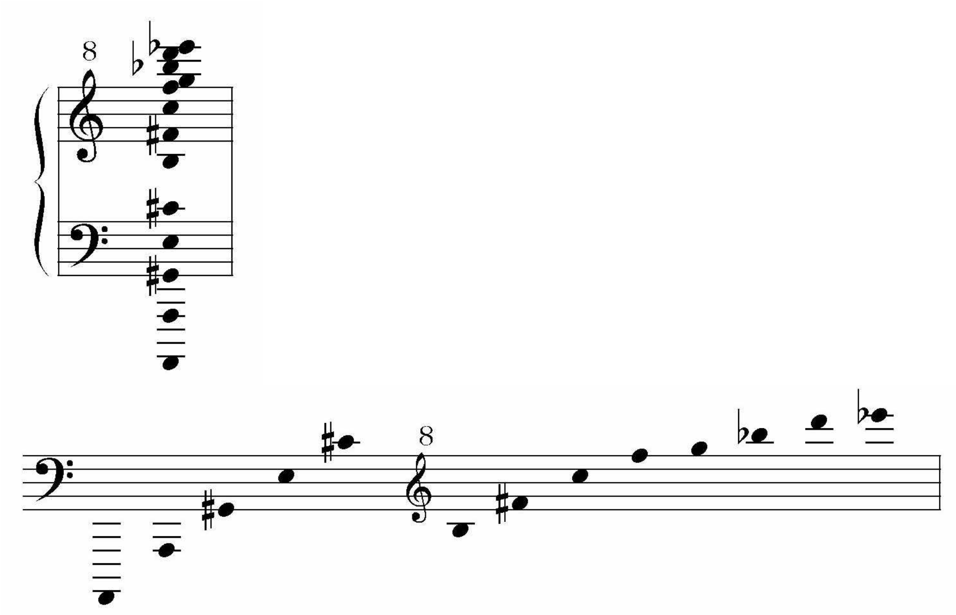

Abb. 10: Hauer, Tropen 1-3 in Zwölftonnotation

Im Anhang zu seiner Schrift Zwölftontechnik. Die Lehre von den Tropen (HAUER 1926) notiert er auf diese Weise die Tropen in allen zwölf Transpositionen.

Hauers Tropenlehre stellt den ersten wesentlichen Versuch dar, alle Zwölftonreihen durch eine reduzierende Systematisierung kompositorisch nutzbar zu machen. Tatsächlich glaubte Hauer, mit den Tropen neuartige Tonarten begründet zu haben, in denen man sich mit etwas Übung genauso zurecht finden würde wie zuvor in Tonarten und Modulationen (HAUER 1925, S. 11; hierzu auch LICHTENFELD 1964, S. 78/79). So innovativ seine theoretische Durchdringung des zwölftönigen Klangraums auch gewesen sein mag, so mager sind die kompositorischen Resultate, die er daraus gewann. ADORNO (1978, S. 63) bezeichnete sie als "von ödester Dürftigkeit". Die Tatsache, daß Hauer als kauziger Sonderling bekannt war, hat lange Zeit die Sicht auf die Qualitäten seiner theoretischen Durchdringung des Zwölftonraums verstellt. Hierzu hat er selbst ein Gutteil bei getragen. Hauer war überzeugt, "daß man mit Worten gar nichts ausrichten kann" (HAUER 1925, S. 5) und hat sich angeblich nur auf Drängen seiner Anhänger zur Veröffentlichung seiner Ergebnisse bequemt. Man ist geneigt, dies zu glauben, wenn man die bei den dünnen Heftchen mit den vollmundig klingenden Titeln Theoretische Schriften, Band eins und zwei durchblättert. Auch Ausrufe wie "Die Amerikaner haben die Atombombe, wir haben die Zwölftonmusik" (HAUER 1945, S. 163) haben zu seinem Ruf als seriöser Komponist und Musiktheoretiker nicht eben beigetragen.

Hauer sollte allerdings der einzige bleiben, der sich mit Struktur und Klassifizierung sämtlicher Zwölftonreihen befaßte. Tatsächlich glaubte noch 1960 der amerikanische Komponist Milton BABBITT (1960, S. 259), eine Erschöpfung der durch die Zölftontechnik bereitgestellten Resourcen sei nicht nur unvorhersehbar, sondern auch ganz undenkbar. Die Zwölftontheoretiker konzentrierten sich auf einen Sonderfall der Zwöllftonreihe die Allintervallreihe.

Allintervallreihen sind Zwölftonreihen, in denen alle elf verschiedenen Intervalle jeweils einmal vorkommen. Obwohl sie strukturell nur eine Sonderform der Zwölftonreihen darstellen, haben die Theoretiker sich eingehend mit ihnen befaßt. Das mag daran liegen, daß sie den einzigen wirklichen "Sonderfall" einer Zwölftonreihe darstellen, der sich auch definitorisch eingrenzen läßt. Verwendet man als Intervallmaß den Halbton (= 1), so erhält man für die verschiedenen Intervalle (die ja jeweils nur einmal auftreten dürfen) die Zahlen 1 bis 11. Kurioserweise war die Allintervallreihe im Wiener Schönbergkreis von Anfang an präsent, ja, sie war es sogar fast vor, jedenfalls aber unabhängig von der Entwicklung der Reihentechnik durch Schönberg.

Der Komponist Fritz Heinrich Klein (1892-1977), ursprünglich ein Schüler Schönbergs, der aber wegen persönlicher Differenzen mit seinem Lehrer vermutlich 1918 Schüler Alban Bergs geworden war, hatte bereits 1921 als Schönberg gerade die Entwicklung der Zwölftontechnik abgeschlossen hatte ein Werk für Kammerorchester mit dem Titel Die Maschine op. 1 komponiert, das er zwei Jahre später in einer Bearbeitung für Klavier zu vier Händen und mit dem Untertitel „Eine extonale Selbstsatire“ unter dem Pseudonym Heautontimorumenus (der Selbstbestrafte) im Wiener Verlag Haslinger veröffentlichte (FLOROS 1992, S. 230). Die in diesem Werk angewandte Allintervallreihe (die später auch Alban Berg verwendet hat) gewann Klein aus systematischen Arbeiten zu einer, wie er es nannte, "Musikstatistik". Die Arbeiten daran schloß er nicht ab, veröffentlichte aber einige seiner Ergebnisse, um, wie er schrieb, "dem Musiker die äußerste Grenze unserer Tonwelt zu zeigen, damit er deren Größe und Reichtum nicht nur vom gefühlsinhaltlichen, sondern auch vom Meßbarkeitsstandpunkt aus erkennen kann." (KLEIN 1924/25, S. 281)

Klein suchte nach der Anzahl der "Urklänge", die es in der Musik gibt. Er verstand darunter "jene Tongruppen (ohne Tonverdoppelung), auf die schlechterdings alle Akkorde (Ein- oder Mehrkänge) der Musik zurückzuführen sind." (KLEIN 1924/25, S. 281). Innerhalb der großen Septime unterteilte Klein in Ein-, Zwei-, Drei-, Vierklänge etc. bis hin zum Zwölftonklang. Für jede dieser Gruppen ermittelte er durch Permutationsverfahren alle möglichen Klänge, wobei er auf eine Gesamtzahl von 4.095 Urklängen kam. Die erstaunlich geringe Zahl erklärte sich dadurch, daß lediglich die "Tonsubstanz" der Akkorde ermittelt worden war, wobei Umkehrungen unberücksichtigt blieben, und daß sie alle lediglich in enger Lage gesetzt waren. Am Beispiel des Ur-Zwölftonklangs (der natürlich nur in einer einzigen Form vorkommen kann) zeigte er, daß dieser durch Permutierung der einzelnen Töne in 479.001.600 Umkehrungen (=12!) erscheinen kann ohne Berücksichtigung der Lagen.

Klein hatte zumindest zu Beginn seiner Untersuchungen noch keinerlei Verbindung zur Idee der Reihentechnik; dazu ist seine Arbeit viel zu stark auf die akkordische Behandlung fixiert. Aber es ist natürlich für das Permutationsverfahren gleichgültig, ob dieses auf eine vertikale (akkordische) Tonschichtung oder auf eine horizontale (melodische) Tonfolge angewendet wird. Den von ihm so genannten "Mutterakkord" bildete Klein anhand der Kriterien einer Allintervallreihe, allerdings mit zwölf Intervallen und dreizehn Tönen, da Klein auch die Oktave als relevantes Intervall ansah, was nach der Schönbergschen Zwölftonmethode natürlich nicht zulässig wäre.)

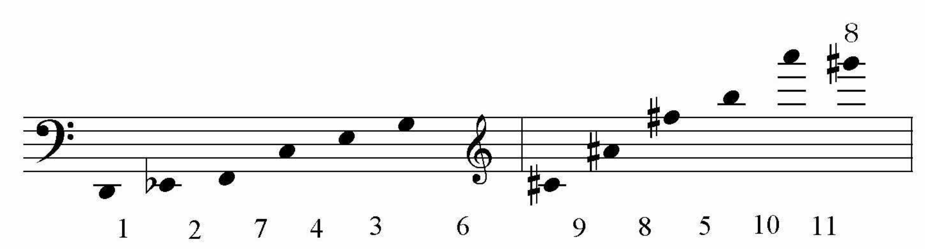

Abb. 11: Kleins "Mutterakkord" und Allintervallreihe

Kleins weitere Operationen mit diesem Akkord zeigen auch, daß er von einer reihentechnischen Behandlung weit entfernt ist. Hierauf soll in diesem Zusammenhang nicht weiter eingegangen werden. Von Interesse ist vielmehr, daß Klein sich zu diesen statistischen Untersuchungen überhaupt veranlaßt sah. Seine eigentlichen Beweggründe zu diesen Arbeiten sind nicht zu ermitteln. Seine Formulierung, "die äußerste Grenze unserer Tonwelt zu zeigen", ist aber bezeichnend für den Willen, auf systematischem Weg neue Lösungen zur Strukturierung des Tonraums zu finden, wie er in den kurz nach Kleins Arbeit erschienenen Schriften Josef Matthias Hauers erkennbar wird.

Fünfzehn Jahre lang glaubte man, die von Klein gefundene Allintervallreihe sei die einzige ihrer Art (EIMERT 1964, S. 40). Erst 1936 teilte der österreichisch-amerikanische Komponist Ernst Krenek (1900-1994) in seinen Vorlesungen über neue Musik eine weitere Allintervallreihe mit, wodurch bewiesen war, „daß es mehrere solcher Reihen geben muß, und alsbald erhebt sich die Frage, wieviel solcher Reihen es wohl geben mag“ (KRENEK 1937, S. 73). Krenek rechtfertigte dieses Interesse vom Standpunkt des Komponisten. Mit Blick auf die terzbetonte Reihe des Bergschen Violinkonzerts (s. Abb. 4) argumentiert er, daß auch die interne Struktur einer Zwölftonreihe unmittelbare Auswirkungen auf die Komposition hat.

Krenek machte sich auf die Suche nach einer Lösung des Problems. Doch alle Versuche scheiterten. Der Schönberg-Intimus und Mathematiker Willi Reich schlug eine geometrische Lösung mit einem in zwölf gleiche Teile geteilten Kreis vor, die aber sehr umständlich und unübersichtlich ist. Und „mathematische Autoritäten, denen das Problem vorgelegt wurde, verwiesen auf den Weg des Probierens“ (KRENEK 1937, S. 74). Und noch 1951 war eine Lösung nicht in Sicht. Krenek teilte mit, er habe mittlerweile

> *„'mathematische Fakultäten zweier Erdteile' befragt und keine Antwort erhalten, außer der, 'das sei ziemlich einfach', der nach hinreichender Wartezeit die weitere folgte: das 'erfordere noch einiges Nachdenken'. 'Und dabei sind sie heute noch'.“ (EIMERT 1964, S. 43).*

Herbert Eimert (1897-1972), Zwölftontheoretiker und Serialist der ersten Stunde, berichtet von geradezu fieberhaften Kölner Aktivitäten zum Zweck der Auffindung weiterer Allintervallreihen:

> *„1947/48, bei den Vorarbeiten zu meinem Lehrbuch [der Zwölftontechnik, s.u.], habe ich 18 Reihen gefunden. Unter meiner Anleitung haben sich dann gelegentlich auch junge Musiker und Studierende an der Aufgabe beteiligt, so der damals 22jährige Karlheinz Stockhausen, der mir 'nach einer schlaflosen Nacht' am nächsten Tag 8 Reihen brachte, darunter drei asymmetrische, und später, ähnlich ergiebig, die Musikwissenschaftlerin Marion Rothärmel, die auch wesentlichen Anteil an der Aufdeckung der achsensymmetrischen Reihen hat.“ (EIMERT 1964, S. 43).*

Es muß eine Art massenhypnotische Wirkung von diesem Problem ausgegangen sein, die zeigt, daß von den ursprünglichen kompositorischen Intentionen, die Krenek angesprochen hatte, nichts mehr übriggeblieben war. Bei der Schilderung, wie Eimert mit Hilfe einer EDV-Anlage schließlich einen Katalog mit einer Gesamtzahl von 3.856 Allintervallreihen erhielt, gerät der kühle Theoretiker derartig ins Schwärmen, als sei er bis zu den innersten Mysterien der Weisheit vorgedrungen:

> *"Es sind, wenn optische Raumphantasie gestattet ist, durchscheinend helle Gebilde, und was sie spiegeln ist eher ein zartes, durchsichtiges und zerbrechliches Reihengewirk von einer schwebenden luftigen Gebildekraft. Wer Sinn für das kaum Berührte hat, der könnte wohl auf den Gedanken kommen, sich schweigend aus diesen wundersamen Reihengefilden zurückzuziehen, sie nicht zu benennen und plumper Begrifflichkeit auszuliefern. Vier Jahrzehnte lang hat diese Reihenfestung jedem Eingriff standgehalten, nur diesen und jenen kleinen Zipfel preisgebend, und nun liegt sie geöffnet vor einem wie die verbotene Frucht vom Baum der Erkenntnis." (EIMERT 1964, S. 45.)*

Doch noch war es nicht soweit, die Reihenfestung harrte noch ihrer Einnahme. Im siebten Kapitel ("Reihensysteme") seines bereits erwähnten Lehrbuchs der Zwölftontechnik hatte EIMERT (1950, S. 21-28) sich mit Allintervall- und Quintenreihen befaßt. Es zeigt sich, daß die Struktur der Allintervallreihen noch weitgehend eine terra incognita darstellt, wenn Eimert darlegt, daß die verschiedensten Anordnungen der elf unterschiedlichen Intervalle fast nie echte Zwölftonreihen ergeben, so daß sich die Frage stelle, ob es zwölftönige Allintervallreihen überhaupt gäbe. Daß es sie gibt, zeigt Eimert dann; aber: "Ihre Aufstellung ist eine ebenso schwierige wie instruktive Intervallaufgabe." Und: "Einblick in den Aufbau dieser Reihen erhält man auf empirischem Wege erst nach endlosen Versuchen." (EIMERT 1950, S. 22/23). Eimert gelangt denn auch über eine Differenzierung in symmetrische und sonstige Allintervallreihen im wesentlichen nicht hinaus.

Auch der österreichische Komponist und Zwölftontheoretiker Hanns Jelinek (1901- 1969) hat sich ausführlich mit Reihenstrukturen und -klassifizierungen auseinandergesetzt und wohl auch eine Systematik der Zwölftonreihen geplant. In seinem Aufsatz „Die krebsgleichen Allintervallreihen“ (JELINEK 1961) versucht er, wenigstens einen Teilbereich dieser nie abgeschlossenen Arbeit zu veröffentlichen. Unter "krebsgleichen Allintervallreihen" versteht Jelinek solche Allintervallreihen, bei denen der Krebs der zweiten Reihenhälfte die Komplementärintervalle zur ersten Reihenhälfte bildet. In Intervallziffern ausgedrückt, wäre eine solche Reihe etwa (nach JELINEK 1961, S. 119.):

1-2-7-4-3 |6| 9-8-5-10-11

Man erkennt, daß die beiden Reihenhälften im Tritonusverhältnis angeordnet sind (6 in der Mitte) und daß sich die diesem Symmetriezentrum jeweils gegenüberliegenden In tervallziffern zu zwölf ergänzen. Die Reihe, beginnend auf D, ist demnach:

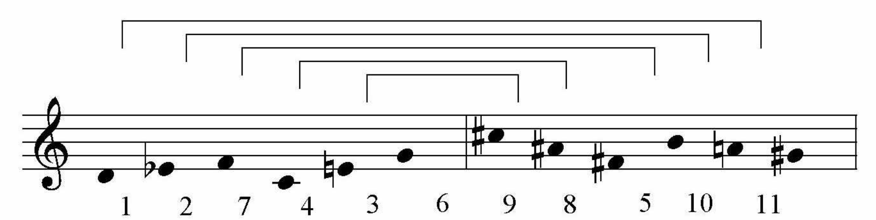

Abb. 12: Krebsgleiche Allintervallreihe nach JELINEK (1961, S. 119)

Da die Intervalle konventionsgemäß stets in einer Richtung abgelesen werden müssen, ist die Notation der Reihe sehr stark auseinandergezogen. Auf den Ambitus einer Oktave reduziert, lautet die Reihe:

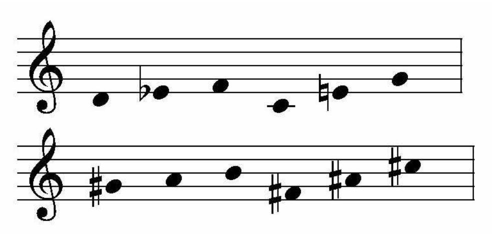

Abb. 13

Hierbei geht natürlich ihr wesentliches Merkmal, daß nämlich in ihr sämtliche Intervalle enthalten sind, verloren. Zur Darstellung der Krebsgleichheit ist diese Art der Darstellung aber wesentlich anschaulicher: Der Krebs des zweiten Hexachords entspricht in seiner Intervallstruktur der Grundstellung des ersten Hexachords, transponiert um den Tritonus, das "Achsenintervall" zwischen den beiden Hexachorden.

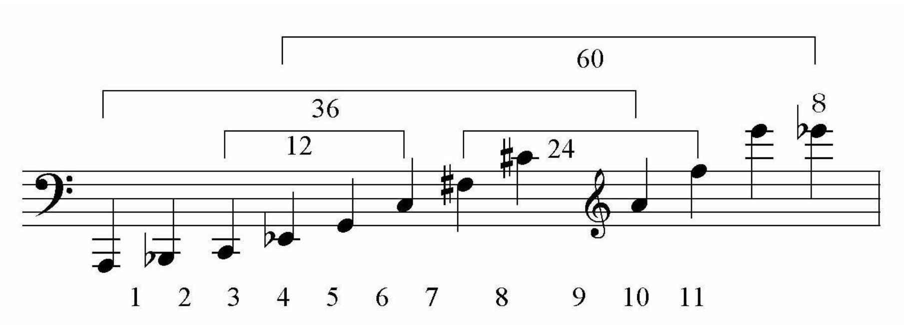

Abb. 14

Jelinek schloß aus diesen Eigenschaften der krebsgleichen Allintervallreihen, daß zu deren Beschreibung und Katalogisierung die ersten fünf Intervallziffern genügten; das sechste Intervall ist immer der Tritonus (6), die restlichen Intervalle ergeben sich im Krebs als Komplement zur Oktave (12). Die Beispielreihe ist damit durch die Ziffernfolge 1-2-7-4-3 hinreichend charakterisiert.

Jelinek ging es aber um mehr. Er wollte die Gesamtzahl aller möglichen Allintervallreihen bestimmen. Dies gelang ihm offenbar auf dem Weg über die krebsgleichen Allintervallreihen. Von der letzteren Spezies ermittelte er insgesamt 88 ohne Zuhilfenahme eines Computers, in einer Zeit von etwa 40 Stunden. Da er zwar die gefundenen Reihen mitteilt, nicht aber die Methode, nach der er zu ihrer Bestimmung vorging, ist man auf Vermutungen angewiesen.

Offensichtlich hat ihm die Aufdeckung der internen Strukturverhältnisse der krebsgleichen Allintervallreihen geholfen, für die Ermittlung sämtlicher Allintervallreihen entsprechende Algorithmen aufzustellen. Er berechnete überschlägig "eine Gesamtanzahl unter 3000, wahrscheinlich um 2000", bei einem manuellen Arbeitsaufwand von 3.000 bis 4.000 Stunden. (JELINEK 1961, S. 117.)

Jelinek griff zu einem für damalige Zeiten unerhörten Hilfsmittel, dem Computer. Seine stolze Schilderung der weiteren Vorgänge vermittelt uns einen Eindruck von dem ungeheuren Aufwand, mit dem er das Problem zu lösen trachtete.

> *"In dieser Situation fand ich freundliche Hilfe bei dem Schwachstromtechniker und Kybernetiker unserer technischen Hochschule, dem Dozenten Dr. Heinz Zemanek. Er hatte kurz vorher einen dezimalen Volltransistor-Rechenautomaten gebaut (den er dann aber nicht etwa "Thunderstorm" oder "Blizzard" o.ä. taufte, sondern schlicht-wienerisch "Mailüfterl"), und nun fand er Gefallen an meinem Problem, um so mehr, als ich diesem ja eine korrekte mathematische Gestalt gegeben hatte, die schon alle Abkürzungsmöglichkeiten enthielt und ohne weiteres programmiert werden konnte. Und nach etwa 60 Stunden Laufzeit der Maschine konnte mir Dr. Zemanek natürlich telephonisch! wir waren ja beide furchtbar gespannt! mitteilen, daß das Mailüfterl einen Katalog von 1928 AIR [Allintervallreihen] ausgedruckt hatte." (JELINEK 1961, S. 117.)*

Jelinek stellte fest, daß in dieser Zahl die von ihm bereits ermittelten 88 krebsgleichen Allintervallreihen sämtlich enthalten waren. Diese letzteren bezeichnet er als "heteromorph", worunter er wiederum solche Zwölftonreihen versteht, die sich auseinander nicht durch Transposition, Krebs, Umkehrung oder Krebsumkehrung ergeben können. Mit "homologen" Zwölftonreihen bezeichnet er das Gegenteil, Reihen also, die ein derartiges Pendant aufweisen. Die nach Abzug der 88 Reihen verbleibenden 1.840 Allintervallreihen erschienen sämtlich in zwei Homologen; ihre Anzahl war also zu halbieren, die 88 heteromorphen krebsgleichen Allintervallreihen mußten nun wieder hinzuaddiert werden. Insgesamt ergaben sich also 1.840 / 2 + 88 = 1.008 heteromorphe Allintervallreihen, und das Mailüfterl hatte sie sogar notiert.

Hieraus die Anzahl sämtlicher Allintervallreihen abzuleiten, war nun nicht mehr schwierig: Die 920 (1.840 / 2) heteromorphen Allintervallreihen lassen sich wie jede Zwölftonreihe in 48 unterschiedliche Derivationen umwandeln (Grundstellung, Krebs, Umkehrung und Krebsumkehrung, beginnend auf jeweils allen zwölf Halbtonstufen). Die 88 krebsgleichen Allintervallreihen lassen nur 24 Derivationen zu, da Krebs und Krebsumkehrung wegen der Krebsgleichheit als Derivationen entfallen. Es verbleiben Grundstellung und Umkehrung, wieder jeweils auf allen zwölf Halbtonstufen. Die Anzahl sämtlicher Allintervallreihen ist demnach:

*(920 * 48) + (88 * 24) = 44.160 + 2.112 = 46.272 (JELINEK 1961, S. 117.)*

Vernachlässigt man die Transpositionen (die in der Tat das Wesentliche einer Allin tervallreihe nicht berühren), teilt man also diese Anzahl durch 12, dann ergibt sich als Ge samtzahl der Allintervallreihen 3.856.

Nur vier Jahre nach Jelinek veröffentlichten Stefan Bauer-Mengelberg und Melvin Ferentz eine Methode zur Ermittlung von Allintervallreihen mit Hilfe einer Rechenanlage, die von ähnlichen Voraussetzungen ausging wie die Jelineks; allerdings gab es einen gravierenden Unterschied: Das "Mailüfterl", ein programmierbarer Transistorrechner mit entsprechend langen Rechenlaufzeiten, hatte ca. 60 Stunden benötigt, um 1.928 Allintervallreihen zu ermitteln. Bauer-Mengelberg und Ferentz benutzten bereits einen prozessorgesteuerten IBM 7094-Computer, der die gleiche Arbeit mit gleichem Ergebnis in sie ben Minuten und zwölf Sekunden erledigte. (BAUER-MENGELBERG 1965, S. 95.)

Wie Jelinek auch, zogen die Autoren die Intervallziffern als Grundlage zur Permutation heran. Dies war möglich, da in einer Allintervallreihe ja sämtliche Intervalle verschieden sein müssen. Dies erscheint nur beim ersten Betrachten als ein Streit um des Kaisers Bart. Bei Permutation aller zwölf Töne ergeben sich wie gehabt 12!=479.001.600 Permutationsmöglichkeiten. Da es bei zwölf Tönen aber nur elf Intervalle gibt, reduzieren sich die Permutationen auf 11! = 39.916.800 (= 1/12).

Doch es ergibt sich ein weiteres Problem, das in der Umsetzung der Reihen gegebenheiten in den Zahlencode begründet liegt. Versieht man, ausgehend von einem beliebigen Ton, alle chromatisch ansteigenden Töne mit den Zahlen von eins bis zwölf, dann ergibt jede beliebige Zahlenfolge, in der jede Zahl nur einmal vorkommt, eine Zwölftonreihe. Dies trifft für Intervallziffern nicht zu, da diese keine absoluten, sondern nur relative Positionen beschreiben. Eine Intervallziffer definiert sich nicht durch sich allein, sondern stets im Zusammenhang mit dem vorausgegangenen Ton. Die Abfolge von elf verschiedenen Intervallziffern bedeutet daher nur, daß das Ergebnis eine Allintervallreihe, nicht aber zwingend eine zwölftönige Allintervallreihe ist.

Dies läßt sich an einem einfachen Beispiel belegen. Schon die einfachste Abfolge der elf verschiedenen Intervalle (1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11) ergibt keine zwölftönige Allintervallreihe, sondern eine Allintervallreihe mit lediglich acht verschiedenen Tönen. [Abb. 15: nichtdodekaphone Allintervallreihe]

Es ist ersichtlich, daß die Wiederholung einzelner Töne natürlich nur im Oktavabstand (bzw. einem Vielfachen davon) erfolgen kann. Da die Intervallziffern gleichzeitig auch ein Intervallmaß darstellen, liegen Tonwiederholungen in der beschriebenen Weise stets dann vor, wenn benachbarte Intervallziffern sich zu 12 bzw. deren Vielfachen addieren. Bei der abgebildeten Beispielreihe ist das gleich viermal der Fall.

Bei der algorithmischen Behandlung der Elfintervallreihen ist nun wie folgt vorzugehen: Beginnend mit der linken Seite, werden die benachbarten Intervallziffern ("Partialsummen") aufaddiert; sobald sich eine durch zwölf teilbare Partialsumme ergibt, ist die bearbeitete Reihe zu verwerfen, da in ihr nunmehr nur noch höchstens elf verschiedene Töne vorhanden sind.

Bei ihrer weiteren Suche nach Reduktionsmöglichkeiten dringen die Autoren in den Bereich der bei Jelinek als "homolog" bezeichneten Allintervallreihen vor. Da das mittlere Intervall einer solchen Allintervallreihe stets der Tritonus (6) ist, ergibt sich die zweite Reihenhälfte wie beschrieben als Zwölfverkomplement zur ersten. Mithin genügt es, bei der Abarbeitung der Elfintervallreihen nur solche zu berücksichtigen, deren erste Intervallziffern zwischen eins und fünf liegen (BAUER-MENGELBERG 1965, S. 99).

Die Autoren versuchten, noch weitere Reduktionsmöglichkeiten zu finden, wobei sie von dem Gedanken ausgingen, bereits vor der zeitlich aufwendigen Partialsummenprüfung große Mengen unbrauchbarer Reihen auszusortieren. Dies bewerkstelligten sie, indem sie von folgender Intervallkonstellation ausgingen:

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11

Durch Permutationsverfahren wird diese Konstellation im folgenden von rechts nach links verändert. Als erstes werden die beiden letzten Ziffern ausgetauscht, dann wird mit der drittletzten Ziffer fortgefahren etc.:

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 11 - 10
1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 10 - 9 - 11
1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 10 - 11 - 9
1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 11 - 10 - 9
etc.

Das Ende dieses Verfahrens ist theoretisch mit dem Krebs der Konstellation erreicht:

11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1

Dabei kann wegen der homologen Struktur der Allintervallreihen bereits abgebrochen werden, sobald eine 6 als erste Ziffer auftaucht.

Dieses Permutationsverfahren wird nun mit der Partialsummenprüfung dergestalt gekoppelt, daß die Partialsummenprüfung die ja in Richtung von links nach rechts durch geführt wird große Mengen restlicher Reihen als unbrauchbar ermitteln kann, da durch Permutation von rechts nach links an den Intervallkonstellationen nichts geändert wird. Als Beispiel soll erneut die erste Reihe dienen:

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11

Die Partialsummenprüfung (vgl. Abb. 15) zeigt, daß die benachbarten Intervalle 1 bis 8 eine Partialsumme von 36 ergeben, daß sich hier also der erste Ton im Abstand von drei Oktaven wiederholt (36 / 12 = 3). Sämtliche Intervallreihen mit der Anfangsfolge

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8

sind daher unbrauchbar und können übersprungen werden. Durch diese Verschachtelung der Prüfverfahren erhielten die Autoren einen Katalog von 1.928 Allintervallreihen, die noch jeweils zwölffach transponierbar waren, und zu denen noch deren Krebs der wegen der homologen Struktur nicht berechnet worden war, hinzuzurechnen ist. Somit ergab sich als Gesamtsumme sämtlicher Allintervallreihen:

1.928 * 12 * 2 = 46.272

Dies entspricht genau den Ergebnissen, die Jelinek erhalten hatte. Bauer-Mengelberg und Ferentz gelang die enorme Steigerung der Geschwindigkeit um das 500fache natürlich aufgrund der Überlegenheit ihres Rechners, dann aber auch durch die geschickte Entwicklung des Algorithmus. Es scheint aber auch, als ob ihnen dies nur aus dem Grund gelänge, weil sie das Problem gänzlich unter Mißachtung irgendwelcher kompositorischer Eigenschaften behandeln. Die Einteilung in Hexachorde wird hier wie da als nützliches Mittel zur Aussortierung herangezogen. Daß einer solchen Einteilung aber auch stukturelle Bedeutung für den Kompositionsprozeß zukommt, weiß nur Jelinek. Der Übergang von der Struktur der Reihe zur Struktur der aus dieser Reihe gewonnenen Komposition ist komplex und unerforscht. Er wird von Schönberg der seine kompositorischen Einfälle vermutlich lediglich auf die Reihe rückbezog sehr gering, von ausgesprochenen Strukturalisten als sehr ausgedehnt angesehen. Und es scheint, als stünde dies in mehr oder weniger direktem Verhältnis zur Effizienz der entwickelten Algorithmen. Der Komponist Jelinek formuliert die Bedingungen zur Ermittlung und Katalogisierung der Allintervallreihen nicht so stringent wie die Theoretiker Bauer-Mengelberg und Ferentz. Zusammen mit dem ihnen zur Verfügung stehenden Rechner optimieren sie die Prozedur um das 500fache aber die kompositorischen Konsequenzen interessieren sie kaum.

1975 knüpften Robert Morris und Daniel Starr noch einmal an die von Bauer-Mengelberg und Melvin Ferentz entwickelten Algorithmen an und übertrugen sie in ein FORTRAN-Programm von nur 29 Zeilen Länge (ohne Kommentarzeilen). Nach ihren Angaben wurde dieses Programm auf einem IBM-Großrechner der Baureihe 370 (IBM 370/155) in zwölf Sekunden abgearbeitet mit gleichem Ergebnis. (MORRIS/STARR 1974, S. 366/367.) Die Autoren war sich hier offenbar der "Gefahr" bewußt, Allintervallreihen einzig als ein Phänomen mathematischer Kombinatorik zu behandeln. Sie sahen, wie sie in der Einleitung ihrer Arbeit ausführen, die Zwölftonreihe als ein Mittel, im musikalischen Satz sämtliche Tonhöhen gleichberechtigt zu halten; die Allintervallreihe stellt da bei eine Ausweitung dieses Prinzips in einer höheren Dimension dar:

> *"If we consider the twelve-tone series as a means of maintaining an all pitch-class saturated texture, then the all-interval-series [...] may be seen as an extension of the saturation concept to another dimension." (MORRIS/STARR 1974, S. 364.)*

*Nach Josef Matthias Hauer hat kein Theoretiker oder Komponist mehr einen Versuch gemacht, die Gesamtzahl der Zwölftonreihen in ein klassifizierendes System zu bringen. Das mag auch daran gelegen haben, daß Hauer in der Rückschau als Erzfeind Arnold Schönbergs galt (der er weder gewesen war noch jemals hat sein wollen). Hauers Klassifizierung beruhte ferner auf dem Wunsch, unmittelbar neue Tonalitätsverhältnisse zu schaffen. Dies lehnte Schönberg ab; und das grundlegende Prinzip der "seiner" Zwölftontechnik bestand ja darin, daß kein Ton durch Wiederholung vor Ablauf der gesamten Reihe ein Übergewicht erhalten dürfte und damit tendenziell zum Bezugston würde. Pointiert gesagt, ist es diese "systemimmanente Unsystematik", die Schönberg gar nicht auf den Gedanken kommen ließ, hier irgendwelche Ordnung zu schaffen. Denn er brauchte sie nicht, und was andere Komponisten wollten oder benötigten, interessierte ihn bekanntlich nicht.

In der Tat beschäftigte sich kaum jemand mit der Strukturierung des gesamten Tonraums. Mit den Allintervallreihen jedoch war erstmalig eine Subklassifizierung innerhalb der Zwölftonreihen gegeben, ohne daß man nach ihr gesucht hätte. Da nicht nur die Tonhöhen, sondern auch deren Intervallabstände reihentechnisch reguliert wurden, glaubte man, in ihnen Zwölftonreihen besonderer Qualität erblicken zu können. Daß man sich diese Reihen auch kompositorisch in besonderer Weise würde nutzbar machen können, er wartete bald niemand mehr. Auch Eimerts Argument, man habe es schließlich mit Reihen zu tun, in denen serielle Prinzipien wirksam seien (EIMERT 1964, S. 39), war nicht stichhaltig, und er wird es gewußt haben. In der seriellen Musik gibt es neben dem Parameter der Tonhöhe noch die der Dauern, der Anschlagsstärke, der Dynamik etc., nicht aber den der Intervallabstände.

Sicherlich übte die Gruppe der Allintervallreihen, von der man zunächst beinahe gar nichts wußte, außer daß es sie gab, eine seltsame Faszination aus, und diese ging zweifellos von dem ihr innewohnenden Systemcharakter aus, der den restlichen Zwölftonreihen fehlte. Doch jeder Ansatz einer Systematik von Zwölftonreihen bleibt im Endeffekt für das musikalische Kunstwerk in seinem Umfeld von Produktion und Rezeption unwirksam. Die Systematik verhindert eine systemische Betrachtungsweise. Vielleicht ist dies auch ein Grund für das relativ schnelle Ende von dodekaphoner und serieller Musik.

Literaturverzeichnis

ADORNO (1978) Theodor W. Adorno, Philosophie der neuen Musik, Frankfurt a.M. 1978.

BABBITT (1960) Milton Babbitt, Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants, in: MQ 46 (1960), S. 246-259.

BAUER-MENGELBERG (1965) Stefan Bauer-Mengelberg und Melvin Ferentz, On Eleven-Interval Twelve-Tone Rows, in: PNM 3/2 (1965), S. 93-103.

EIMERT (1950) Herbert Eimert, Lehrbuch der Zwölftontechnik, Wiesbaden 1950. EIMERT (1964) Herbert Eimert, Grundlagen der musikalischen Reihentechnik, Wien 1964.

FLOROS (1992) Constantin Floros, Alban Berg. Musik als Autobiographie, Wiesbaden 1992.

HAUER (1925) Josef Matthais Hauer, Vom Melos zur Pauke. Eine Einführung in die Zwölftonmusik, Wien 1925 (Theoretische Schriften, Bd. 1).

HAUER (1926) Josef Matthias Hauer, Zwölftontechnik. Die Lehre von den Tropen, Wien 1926 (Theoretische Schriften, Bd. 2).

HAUER (1945) Äußerung Hauers in der Zeitschrift Plan 1 (1945) S. 163; zit. nach: Martin Vogel, Schönberg und die Folgen. Die Irrwege der Neuen Musik. Teil 1: Schönberg, Bonn 1984 (Orpheus-Schriftenreihe, Bd. 35), S. 84.

JELINEK (1961) Hanns Jelinek, Die krebsgleichen Allintervallreihen, in: AfMw 18 (1961), S. 115-125.

KLEIN (1924/25) Fritz Heinrich Klein, Die Grenze der Halbtonwelt, Mk 17 (1924/25).

KRENEK (1937) Ernst Krenek, Über neue Musik. Sechs Vorlesungen zur Einführung in die theoretischen Grundlagen, Wien 1937 (Repr. Darmstadt 1977).

LICHTENFELD (1964) Monika Lichtenfeld, Untersuchungen zur Theorie der Zwölftontechnik bei Josef Matthias Hauer, Regensburg 1964 (Kölner Beiträge zur Musikforschung, Bd. 29).

MORRIS/STARR (1974) Robert Morris und Daniel Starr, The Structure of All-Interval Series, in: JMTh 18 (1974), S. 364-389.

PERLE (1980) George Perle und Paul Lansky, Art. Twelve-note composition, in: Grove 19, London 1980.

SCHÖNBERG (1958) Arnold Schönberg, Briefe. Ausgewählt und herausgegeben von Erwin Stein, Mainz o.J. [1958].

SCHÖNBERG (1976) Arnold Schönberg, Stil und Gedanke. Aufsätze zur Musik, hrsg. v. Ivan Vojtech, o.O.1966 (Gesammelte Schriften, Bd. 1)