

Vorkurs zu Mathematische Methoden
Test zur Einschätzung der eigenen mathematischen Grundkenntnisse

Bearbeitungsdauer: 90 min.

Aufgabenteil I. (66 Punkte)

Aufgabe 1 (1 + 1 Punkte)

Vereinfachen Sie soweit möglich:

a) $(a - (b - (a + b) - a)) =$

b) $(4a + 3b)(4a - 3b) =$

Aufgabe 2 (1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 =$

b) $\sqrt[3]{-8} =$

c) $\sqrt[4]{(-4)^2} =$

d) $-\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} =$

Aufgabe 3 (1 + 1 Punkte)

Kürzen Sie:

a) $\frac{36}{180} =$

b) $\frac{xyz+x^2yz+xyz^2}{xy^2z} =$

Aufgabe 4 (1 + 1 Punkte)

Vereinfachen Sie soweit möglich:

a) $\frac{1-x}{1-\sqrt{x}} =$

b) $\frac{7x^6+x^2}{x^6+\frac{1}{7}x^2} =$

Aufgabe 5 (1 Punkt)

Stellen Sie den Ausdruck als Produkt dar:

$$xu - 3xv + 2yu - 6yv =$$

Aufgabe 6 (1 + 1 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\log_{10}(0,01) =$

b) $\log_3(81) =$

Aufgabe 7 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle reellen Lösungen:

a) $x^2 - 1 = 0$

b) $x^2 + 1 = 0$

c) $x^2 + 8x + 15 = 0$

d) $e^{x^2-2} = 1$

e) $\ln(x^2 + 1) = 0$

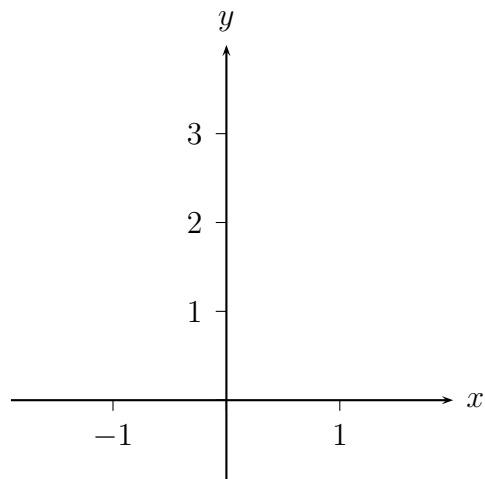
f) $x - 5 \leq 1$

g) $(x - 5)^2 \leq 1$

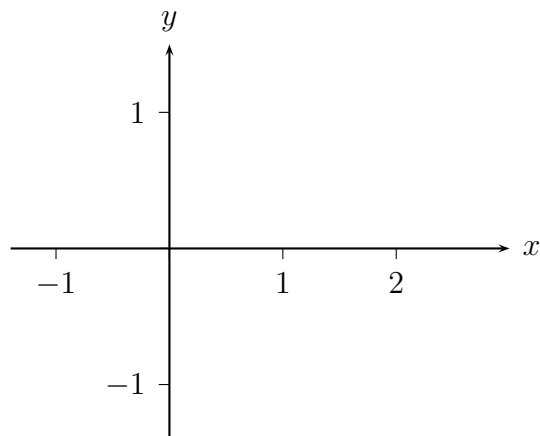
Aufgabe 8 (2 + 2 + 3 Punkte)

Zeichnen Sie:

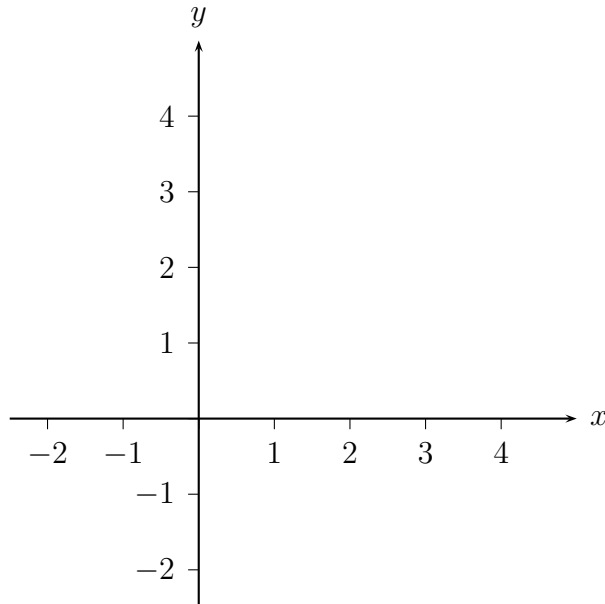
a) $y = f(x) = x^2 + 1,$



b) $y = f(x) = \sqrt{x-1},$



c) $y = f(x) = e^x$ und $y = f^{-1}(x) = \ln(x)$.



Aufgabe 9 (2 + 2 + 2 Punkte)

Berechnen Sie die Grenzwerte:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 8n}{n^3 + 1} =$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3}{x^2 - 5} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x-1)\sqrt{x}} =$

Aufgabe 10 (2 + 2 Punkte)

Geben Sie die Umkehrfunktion $x = f^{-1}(y)$ zu folgenden Funktionen an:

a) $y = f(x) = 5x^3$

b) $y = f(x) = \frac{1}{x+2} \quad (x \neq -2)$

Aufgabe 11 (2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Bestimmen Sie die erste Ableitung $f'(x)$ für:

a) $f(x) = 5x^2 - 17x^3 + x^4$

b) $f(x) = \frac{1}{(x+5)^4}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x^5}}$

d) $f(x) = -4xe^x$

e) $f(x) = -e^x \cdot \ln(x - 2)$

f) $f(x) = \frac{x^2+2x}{x^3-1}$

g) $f(x) = (16x^2 + 5e^x)^{17}$

h) $f(x) = e^{16x^2+2x}$

Aufgabe 12 (2 + 2 Punkte)

Geben Sie ein globales (absolutes) Extremum der Funktion $f(x)$ an, falls es existiert:

a) $f(x) = x^6$

b) $f(x) = x^7$

Aufgabe 13 (3 + 3 + 3 Punkte)

Bestimmen Sie die lokalen (relativen) Extrema folgender Funktionen:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 2, \quad x \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = e^{4x^2}, \quad x \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = x + \frac{4}{x} \quad (1 < x < 10)$

Aufgabenteil II. (24 Punkte)

Aufgabe 14 (2 + 3 + 2 + 3 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale:

a) $\int_0^1 (5x^4 + 3x^2) dx$

b) $\int_0^1 \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} dx$

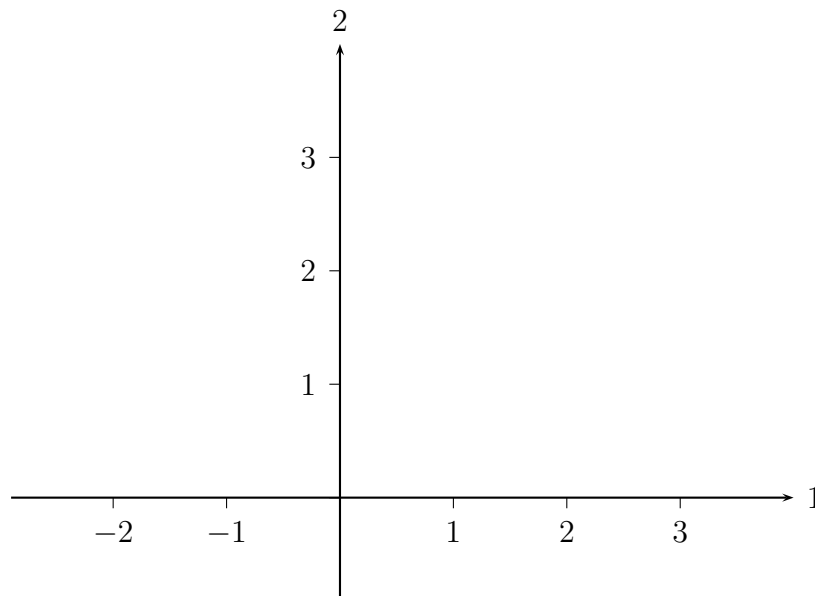
c) $\int_0^1 (x^3 + e^x) dx$

d) $\int_1^e x \cdot \ln(x) dx$

Aufgabe 15 (3 Punkte)

Zeichnen Sie die Vektoren:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$



Aufgabe 16 (3 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die Menge folgender Vektoren linear unabhängig sind und begründen Sie ihre Antwort:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 17 (3 Punkte)

Berechnen Sie das Matrixprodukt \mathbf{AB} für folgende Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 18 (2 Punkte)

Lösen Sie folgendes lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 5 \\ x - 2y &= 5 \end{aligned}$$

Aufgabe 19 (3 Punkte)

Geben Sie die Lösungsmenge (allgemeine Lösung) des folgenden linearen Gleichungssystems an:

$$\begin{aligned}2x + 3y + 6z &= 0 \\3y + 6z &= 0\end{aligned}$$

Bitte abtrennen und in den Kasten am Eingang werfen!

Erreichte Punktzahlen nach Aufgaben:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte										
Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Punkte										

Erreichte Punktzahl insgesamt: _____

Empfehlung auf Basis des Einstufungstests:

1) Die Aufgaben aus Aufgabenteil I. sollten Sie auf jeden Fall – bis auf Flüchtigkeitsfehler – richtig gelöst haben, wenn nicht, empfehlen wir Ihnen den Besuch des Vorkurses. Derartige Rechnungen werden in der Vorlesung als bekannt vorausgesetzt. Diese Inhalte werden vom 2. bis 8. Termin des Vorkurses behandelt.

2) Falls Ihnen Wissenslücken bei den Aufgaben von Aufgabenteil II. aufgefallen sind, können Sie diese schon frühzeitig im Vorkurs schließen. Diese Inhalte werden vom 8. bis 14. Termin des Vorkurses vermittelt.

Diese Themen werden aber auch in der Vorlesung Mathematische Methoden kurz behandelt. Wenn bei Ihnen nur wenige Lücken aufgetreten sind, können Sie diese wahrscheinlich problemlos mit Hilfe der Vorlesung und Übung Mathematische Methoden schließen.

3) Wenn Sie mindestens 70 Punkte in diesem Test haben, ist Ihr Schulwissen in ausreichendem Maße präsent und der Vorkurs für Sie wahrscheinlich entbehrlich.

(Das garantiert natürlich nicht das Bestehen der Klausur zu Mathematischen Methoden, da hier neben etwas Wiederholung viele neue Themen behandelt werden!)

Vorkurs zu Mathematische Methoden
Test zur Einschätzung der eigenen mathematischen Grundkenntnisse
Kurzlösungen

Aufgabenteil I.

Aufgabe 1

- a) $3a$, b) $16a^2 - 9b^2$

Aufgabe 2

- a) $5 - 2\sqrt{6}$, b) -2 , c) 2 , d) $-\frac{1}{8}$

Aufgabe 3

- a) $\frac{1}{5}$, b) $\frac{1+x+z}{y}$

Aufgabe 4

- a) $1 + \sqrt{x}$, b) 7

Aufgabe 5

$(x + 2y)(u - 3v)$

Aufgabe 6

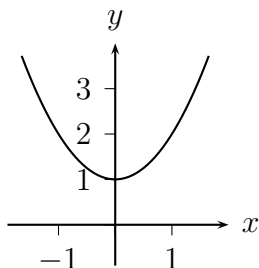
- a) -2 , b) 4

Aufgabe 7

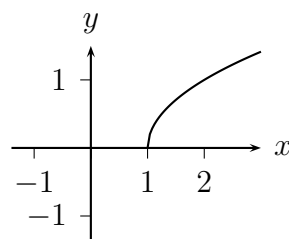
- a) $x = -1, 1$, b) $L = \emptyset$, c) $x = -3, -5$, d) $x = -\sqrt{2}, \sqrt{2}$, e) $x = 0$,
f) $x \in]-\infty, 6]$, g) $x \in [4, 6]$

Aufgabe 8

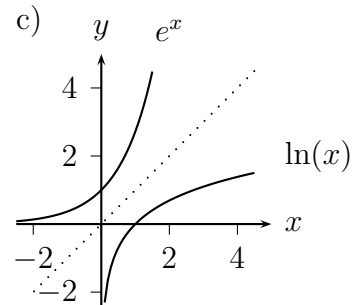
a)



b)



c)



Aufgabe 9

a) 5, b) -7, c) 2

Aufgabe 10 a) $f^{-1}(y) = \sqrt[3]{\frac{y}{5}}$, b) $f^{-1}(y) = \frac{1}{y} - 2$

Aufgabe 11

a) $f'(x) = 10x - 51x^2 + 4x^3$, b) $f'(x) = -\frac{4}{(x+5)^5}$, c) $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{5}{2\sqrt{x^7}}$,

d) $f'(x) = -4e^x - 4xe^x$, e) $f'(x) = -e^x \cdot \ln(x-2) - \frac{e^x}{x-2}$, f) $f'(x) = \frac{(2x+2)(x^3-1) - (x^2+2x)3x^2}{(x^3-1)^2}$,

g) $f'(x) = 17(16x^2 + 5e^x)^{16} \cdot (32x + 5e^x)$, h) $f'(x) = e^{16x^2+2x}(32x + 2)$

Aufgabe 12

a) globales Minimum in $x = 0$, b) keine globalen Extrema

Aufgabe 13

a) lokales Maximum in $x = -2$ und lokales Minimum in $x = 3$,

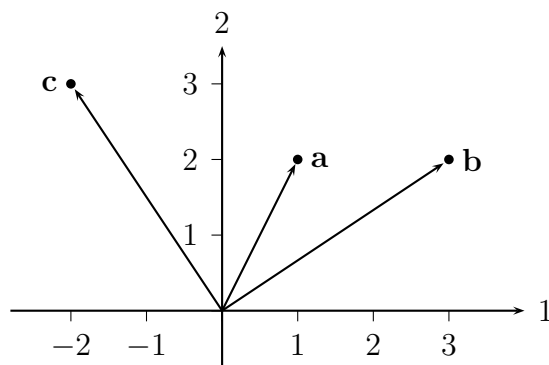
b) lokales Minimum in $x = 0$, c) lokales Minimum in $x = 2$

Aufgabenteil II.

Aufgabe 14

a) 2, b) 2, c) $e - \frac{3}{4}$, d) $\frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$

Aufgabe 15



Aufgabe 16

Nicht linear unabhängig, da $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c}$ ist.

Aufgabe 17

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 18

$x = 3$, $y = -1$

Aufgabe 19

$x = 0$, $y = -2z$, $z \in \mathbb{R}$ beliebig